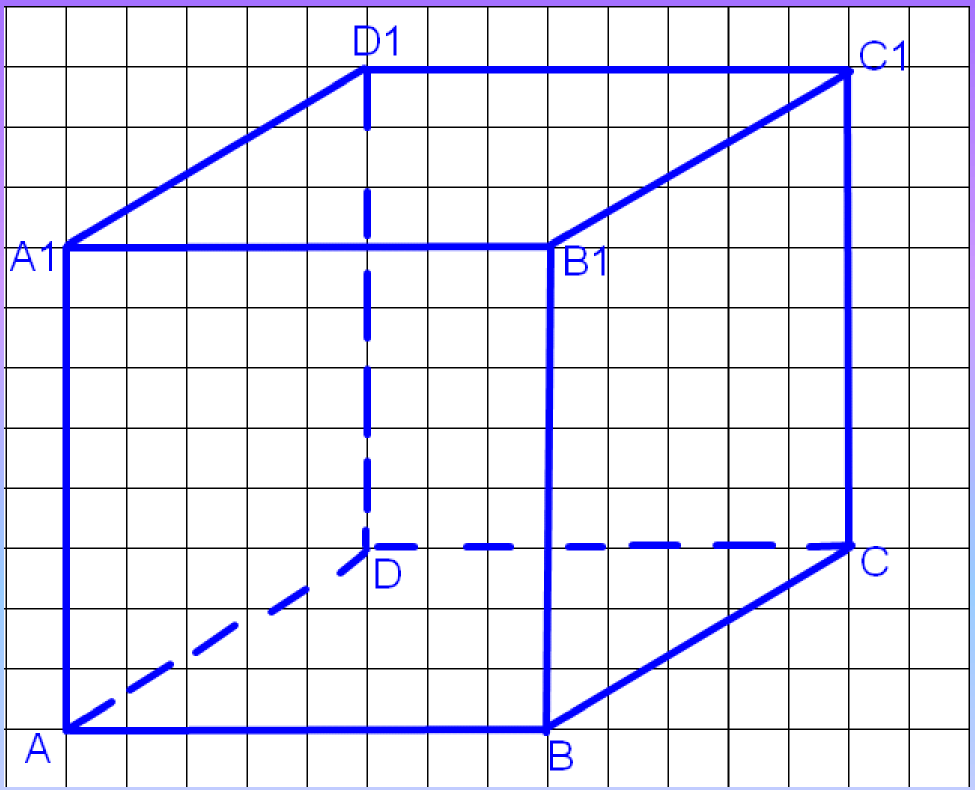
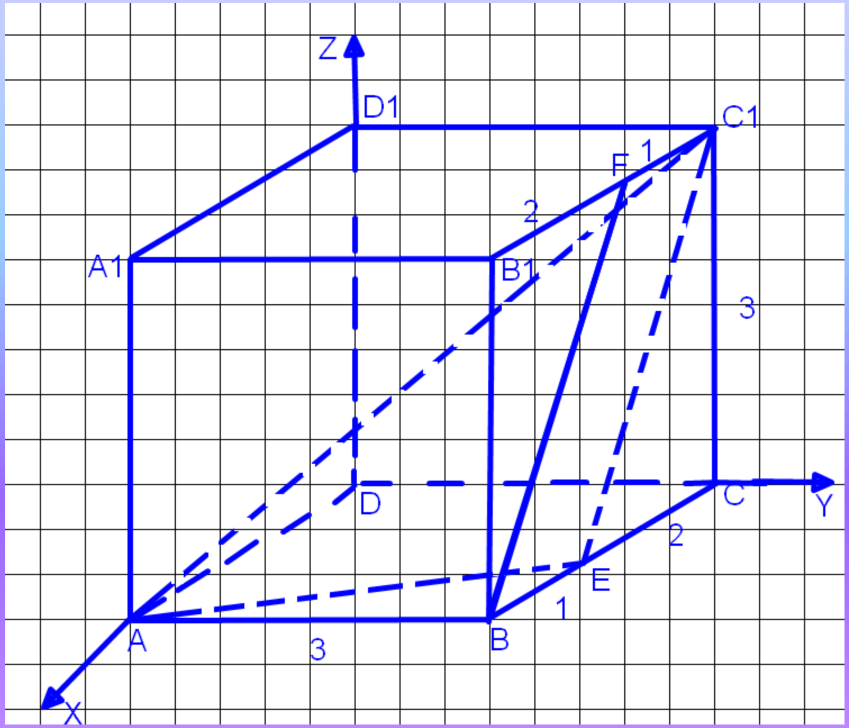
Координатно-векторный метод решения задач.

Задача 1

- Ребро куба равно 3. Найдите угол между прямыми AE и BF, если $BE={}^{1}/_{3}BC$; $C_1F={}^{1}/_{3}C_1B_1$. Точка E лежит на BC; F на C_1B_1





Решение:

Прямые AE и BF - скрещивающиеся. Заменим BF параллельной прямой EC_1

Тогда искомый угол равен $\angle AEC_1$

2) $d^2=a^2+b^2+c^2$

$AC_1^{\,2}=3^2+3^2+3^2=27$

3) ΔABE: $AE^2=3^2+1^2=10$; $AE=\sqrt{10}$

ΔECC_1: $EC_1^{\,2}=2^2+3^2=13$; $EC_1=\sqrt{13}$

По т. косинусов: $AC_1^{\,2}=AE^2+EC_1^{\,2}-2AE.EC_1\cos\alpha$

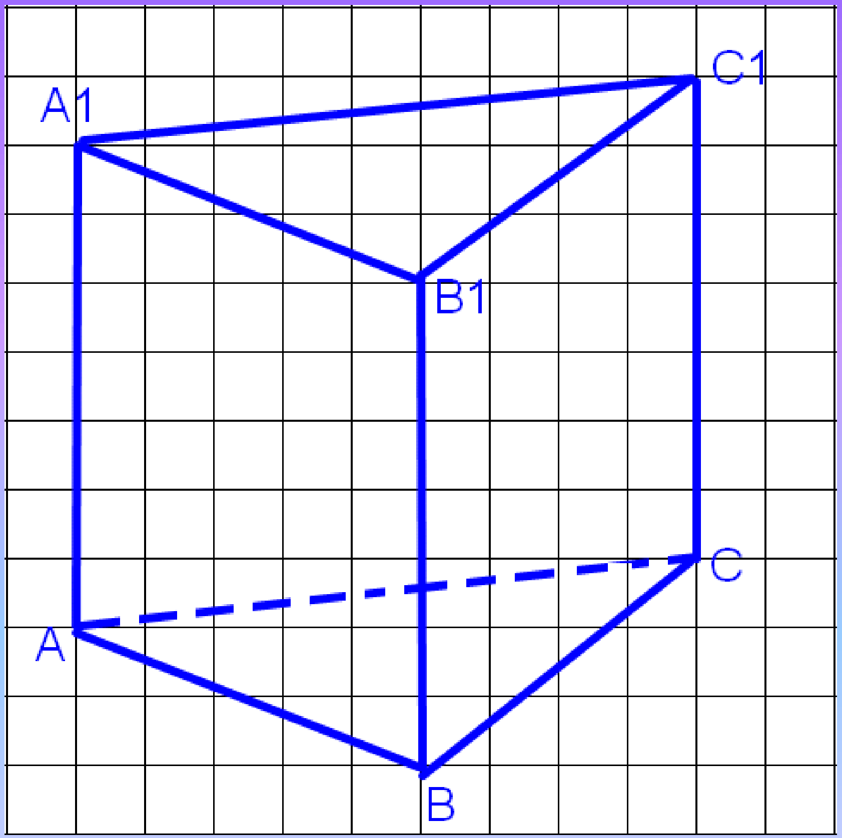
$27=10+13-2\sqrt{10}\sqrt{13}\cos\alpha$

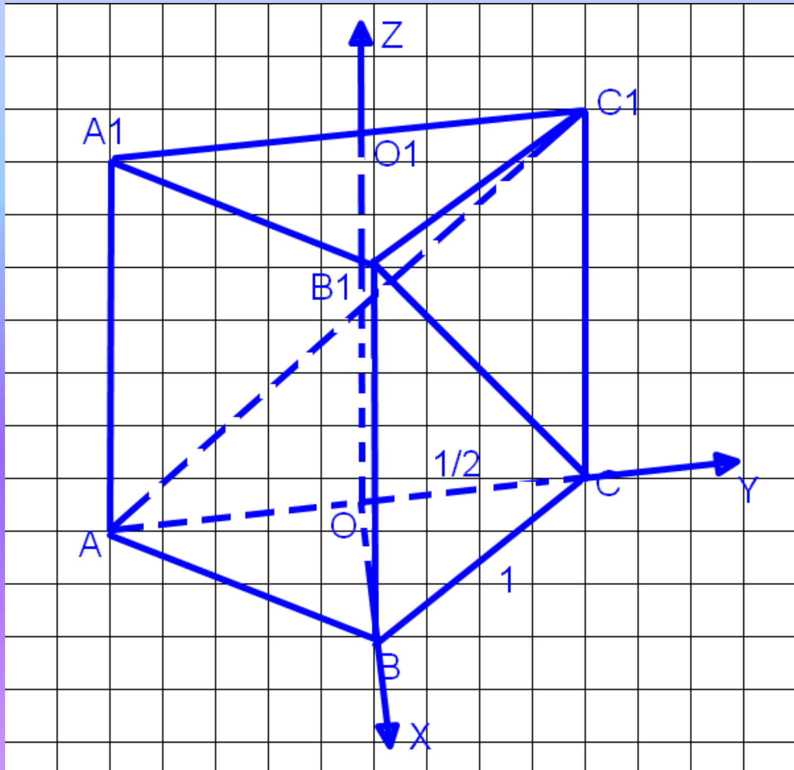
$\cos\alpha=2/\sqrt{130}=\sqrt{130}/65$

Ответ: $\arccos\sqrt{130}/65$

Задача 2

- В правильной треугольной призме все ребра равны 1. Найдите угол между прямым AC_1 и CB_1





Введем систему координат:

$OB : Ox$; $OC : Oy$; $OO_1 : Oz$

$A\ (0;-{}^{1}/_{2};0)$; $C\ (0;{}^{1}/_{2};0)$

$C_1\ (0;{}^{1}/_{2};1)$; $B_1\ (\sqrt{3}/_{2};0;1)$

$\overrightarrow{AC_1}\{0;1;1\}$; $\overrightarrow{CB_1}\{\sqrt{3}/_{2};-{}^{1}/_{2};1\}$

$$\cos\alpha = \frac{|\overrightarrow{AC_1} * \overrightarrow{CB_1}|}{|\overrightarrow{AC_1}| * |\overrightarrow{CB_1}|}$$

$$\cos\alpha = \frac{|-{}^{1}/_{2} + 1|}{\sqrt{(1+1)} * \sqrt{({}^{3}/_{4} + {}^{1}/_{4} + 1)}} =$$

$= {}^{1}/_{4}$

Ответ: $\alpha = \arccos {}^{1}/_{4}$

Цели урока:

-обобщить применение метода координат при решении различных задач;

-выработать умения рассматривать различные подходы к решению задач;

-показать эффективность метода, возможность использования его на экзамене;

-развивать пространственное мышление;

-умение самостоятельно решать типовые задачи;

-формировать навыки самооценки.

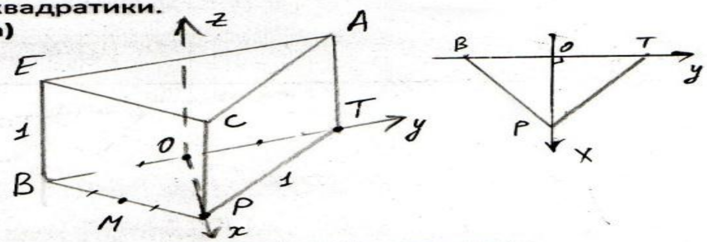
Нахождение координат точек в пространстве.

Координаты точек в пространстве.

I вариант.

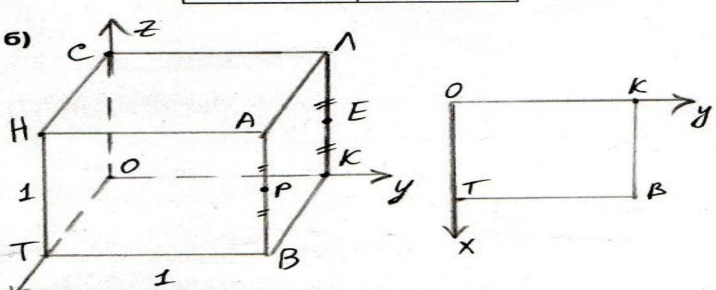
На рисунках изображены правильные фигуры, все рёбра которых равны 1. Найдите точки с заданными координатами и впишите соответствующие буквы в пустые квадратики.

а)



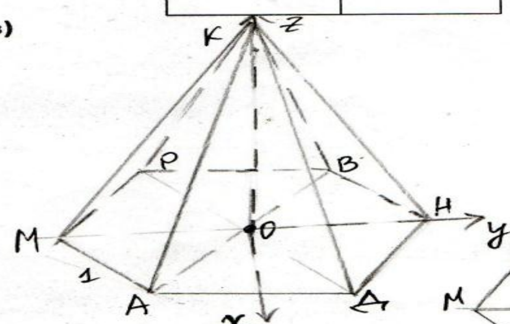
$\left(\frac{\sqrt{3}}{2};0;0\right)$	$\left(0;-\frac{1}{2};1\right)$

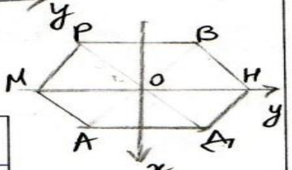
б)



$(1;0;1)$	$\left(0;1;\frac{1}{2}\right)$

в)





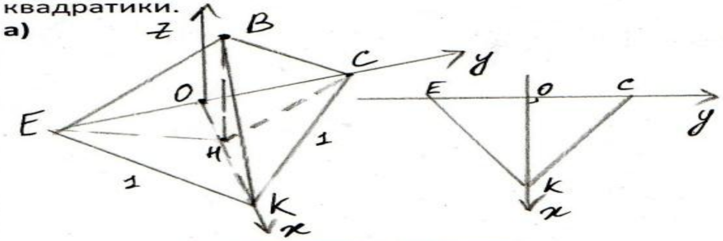
$\left(\frac{\sqrt{3}}{2};\frac{1}{2};0\right)$

Координаты точек в пространстве.

II вариант.

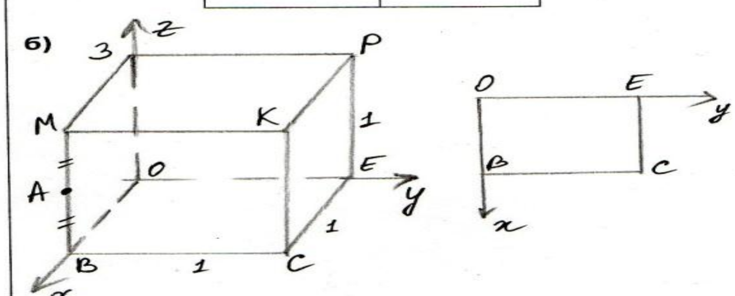
На рисунках изображены правильные фигуры, все рёбра которых равны 1. Найдите точки с заданными координатами и впишите соответствующие буквы в пустые квадратики.

а)



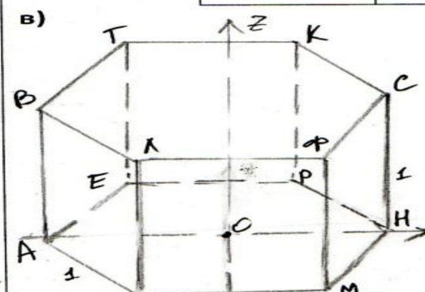
$\left(0;-\frac{1}{2};0\right)$	$\left(\frac{\sqrt{3}}{2};0;0\right)$

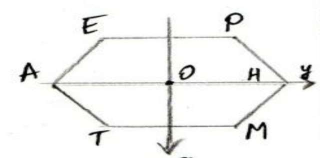
б)



$\left(1;0;\frac{1}{2}\right)$	$(0;1;1)$

в)



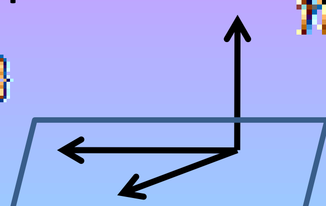


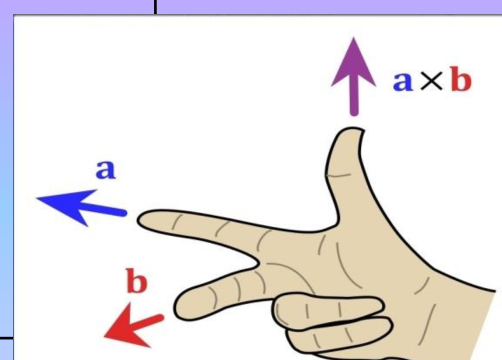
$\left(\frac{\sqrt{3}}{2};-\frac{1}{2};0\right)$

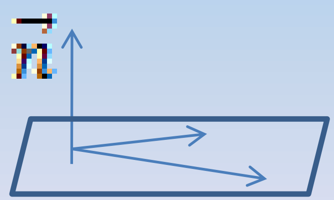
Рене Декарт (1596 - 1650) — французский математик, философ, физик и физиолог, создатель аналитической геометрии и современной алгебраической символики.

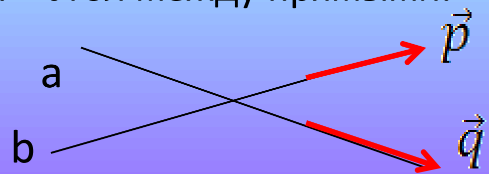
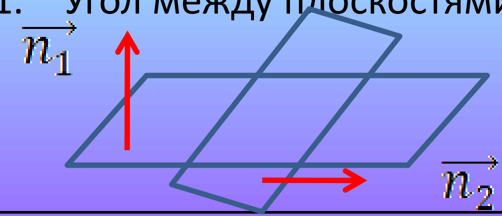
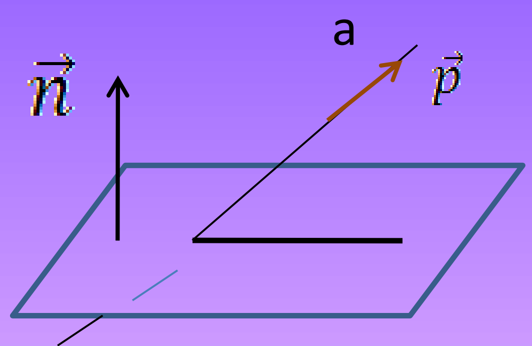
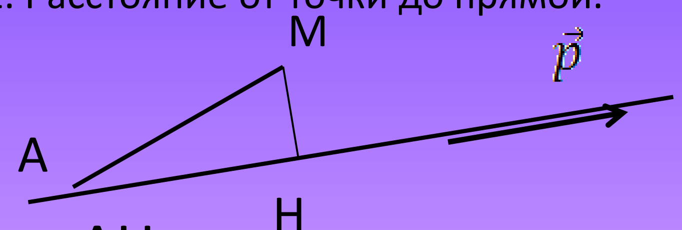
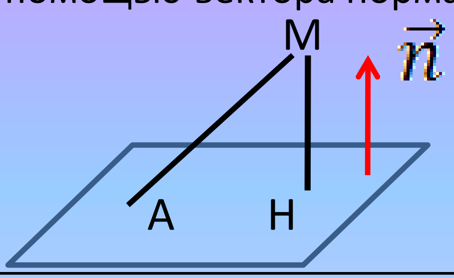
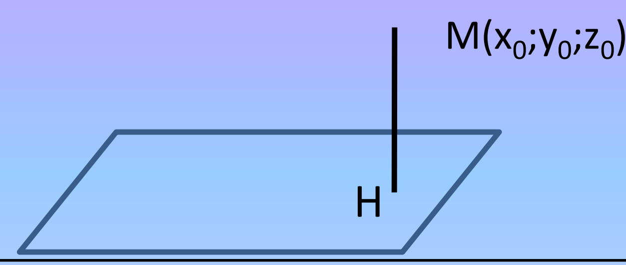
Главный тезис Декарта:

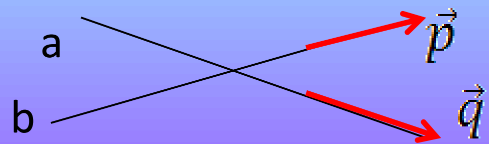
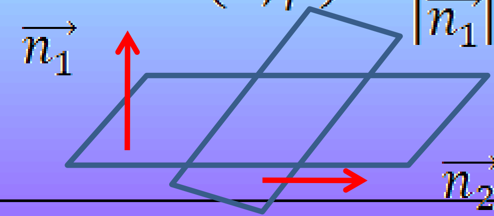
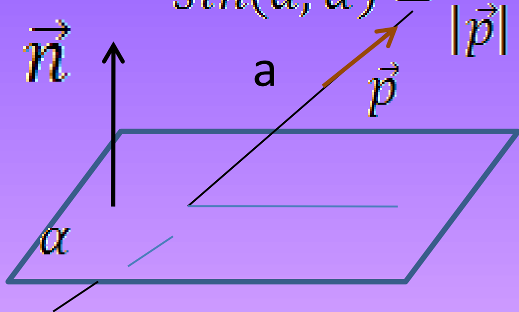
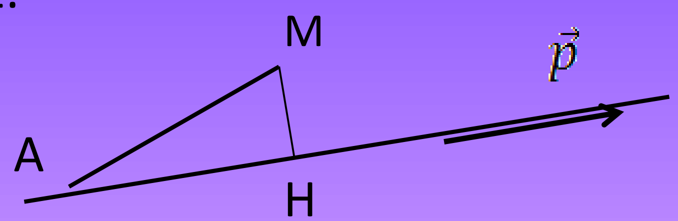
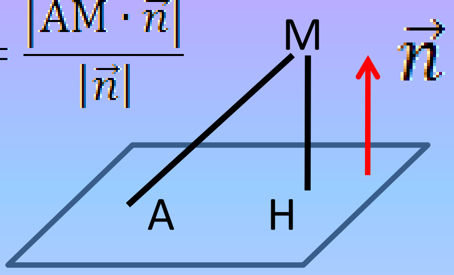
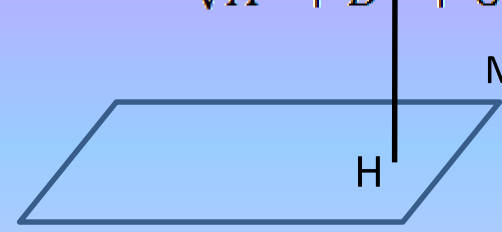
«Математика — мощный и универсальный метод познания природы, образец для других наук».

<u>Основные формулы.</u>	<u>Основные формулы.</u>
I вариант.	**II вариант.**
1. Скалярное произведение векторов в координатах. $\vec{a}\cdot\vec{b}=$	**1. Длина вектора.** $\lvert\vec{a}\rvert=$
2.Координаты вектора. $\overrightarrow{AB}\{\qquad\}$	**2. Координаты середины отрезка.** **x= ;y= ;z=**
3. Вычисление определителя $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}=$	**3. Расстояние между точками.** **d=**
4. Вычисление вектора нормали с помощью определителей. $\vec{n}$  $\overline{OA}\{x_1;y_1;z_1\}$ $\overline{OB}\{x_2;y_2;z_2\}$ $\vec{n}\{\lvert\quad\rvert;-\lvert\quad\rvert;\lvert\quad\rvert\}$	**4. Уравнение плоскости.** **Как найти координаты нормали из уравнения плоскости?** $\vec{n}\{\qquad\}$

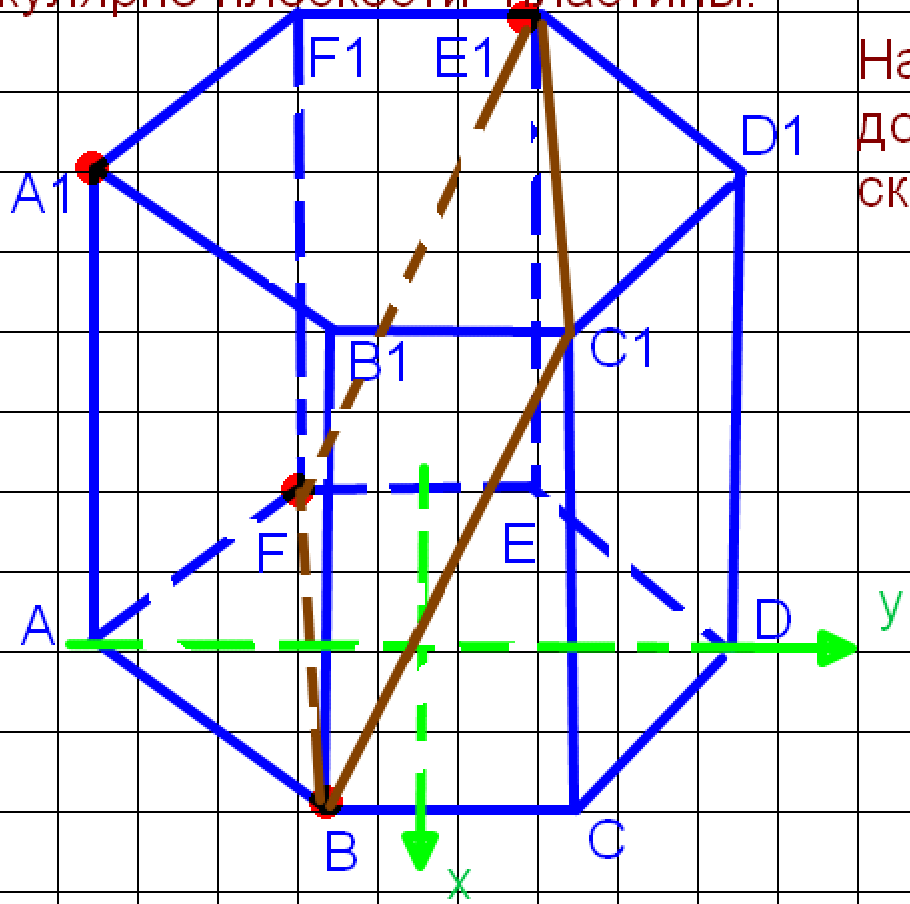


Основные формулы.	**Основные формулы.**
1. Скалярное произведение векторов в координатах. $\vec{a}\cdot\vec{b} = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$	**1. Длина вектора.** $\lvert\vec{a}\rvert = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$
2.Координаты вектора. $\overline{AB}\{x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1\}$	**2. Координаты середины отрезка.** $x = \frac{x_1 + x_2}{2}; y = \frac{y_1 + y_2}{2}; z = \frac{z_1 + z_2}{2}$
3. Вычисление определителя $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} =$ ad-bc	**3. Расстояние между точками.** $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$
4. Вычисление вектора нормали с помощью определителей. $\overline{OA}\{x_1; y_1; z_1\}$ $\overline{OB}\{x_2; y_2; z_2\}$  $\vec{n}\left\{\begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix}; -\begin{vmatrix} x_1 & z_1 \\ x_2 & z_2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix}\right\}$	**4. Уравнение плоскости.** Ax+By+Cz+D=0 **Координаты нормали из уравнения плоскости:** $\vec{n}\{A; B; C\}$

Основные типы задач.	**Основные типы задач.**
I вариант.	**II вариант.**
1. Угол между прямыми. 	1. Угол между плоскостями. 
2. Угол между прямой и плоскостью. 	2. Расстояние от точки до прямой.  AH= MH=
3. Расстояние от точки до плоскости с помощью вектора нормали.  MH=	3. Расстояние от точки до плоскости с помощью уравнения плоскости. 

Основные типы задач.	Основные типы задач.
1. $cos(a;b)=\dfrac{\lvert\vec{p}\cdot\vec{q}\rvert}{\lvert\vec{p}\rvert\cdot\lvert\vec{q}\rvert}$ 	1. $cos(\alpha;\beta)=\dfrac{\lvert\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{n_2}\rvert}{\lvert\overrightarrow{n_1}\rvert\cdot\lvert\overrightarrow{n_2}\rvert}$ 
2. $sin(a;\alpha)=\dfrac{\lvert\vec{p}\cdot\vec{n}\rvert}{\lvert\vec{p}\rvert\cdot\lvert\vec{n}\rvert}$ 	2.  $\mathrm{AH}=\dfrac{\lvert\overrightarrow{\mathrm{AM}}\cdot\vec{\mathrm{p}}\rvert}{\lvert\vec{p}\rvert}$ $MH=\sqrt{AM^2-AH^2}$
3. $M\mathrm{H}=\dfrac{\lvert\overrightarrow{\mathrm{AM}}\cdot\vec{n}\rvert}{\lvert\vec{n}\rvert}$  MH=	3. $MH=\dfrac{\lvert Ax_0+By_0+Cz_0+D\rvert}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$  $M(x_0;y_0;z_0)$

В ядерном реакторе на быстрых нейтронах в форме правильной 6-угольной призмы все рёбра равны. Температура достигла критической. Для того, чтобы снизить t, в реактор опускают графитовую пластину. При делении уран испускает нейтрон из т. A1 перпендикулярно плоскости пластины.



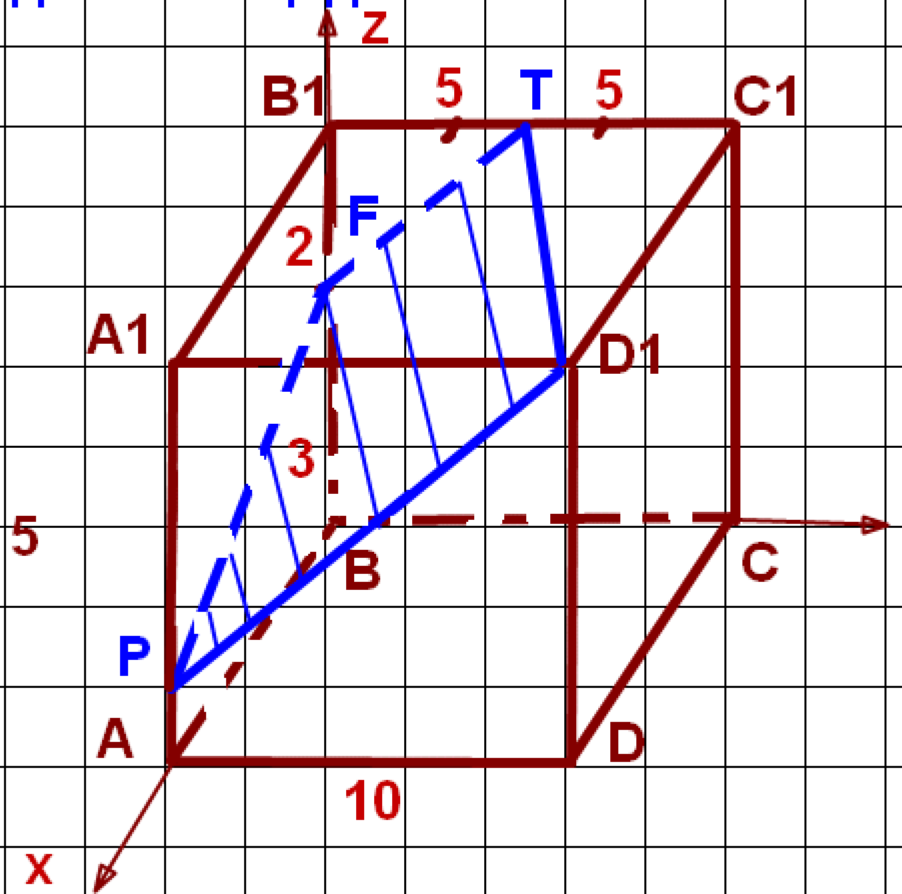
Найдите время полёта нейтрона до пластины, зная, что его скорость рана v.

Пусть рёбра призмы равны 2.

В прямоугольном параллелепипеде стороны основания $AB=2$, $AD=10$. На рёбрах BB_1 и B_1C_1 отмечены точки F и T соответственно. $B_1F:FB=2:3$, T-середина B_1C_1. Боковое ребро $AA_1=5$.

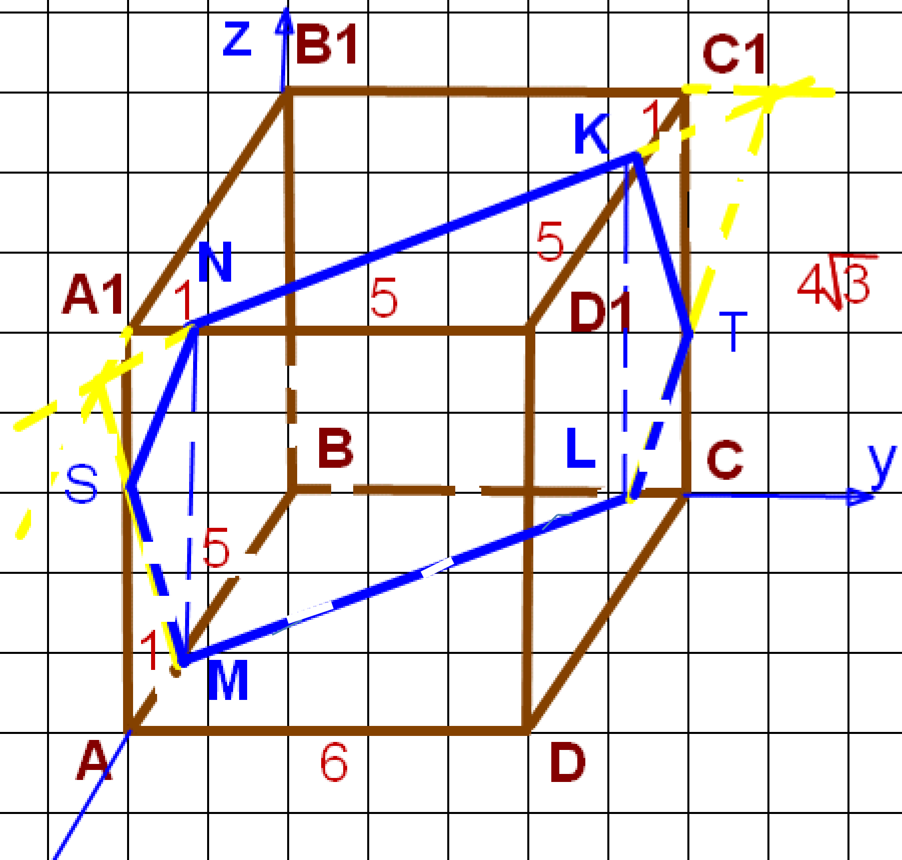
а) докажите, что плоскость FTD_1 делит ребро AA_1 в отношении 4: 1;

б) найдите площадь сечения плоскостью FTD_1.



"Досрочники", ЕГЭ - 2016.

В правильной 4-угольной призме сторона основания AB=6, боковое ребро $AA_1=4\sqrt{3}$. На рёбрах AB, A_1D1 и C_1D_1 отмечены точки M, N, K соответственно, причём $AM=A_1N=C_1K=1$.
L-точка пересечения плоскости MNK с ребром BC.
а) докажите, что MNKL- квадрат;
б) найдите площадь сечения призмы плоскостью MNK.



Отгадайте ребус.

Отгадайте ребус.

,,

1