



# Подготовка к ЕГЭ по математике Решение заданий В3

Автор  
ученица 11 «Б» класса  
Барботько Татьяна  
Руководитель :  
Галиханова Т.В.

## Прототипов заданий В3 - 28

### Проверяемые требования (умения)

- Уметь решать уравнения и неравенства

### Умения по КТ

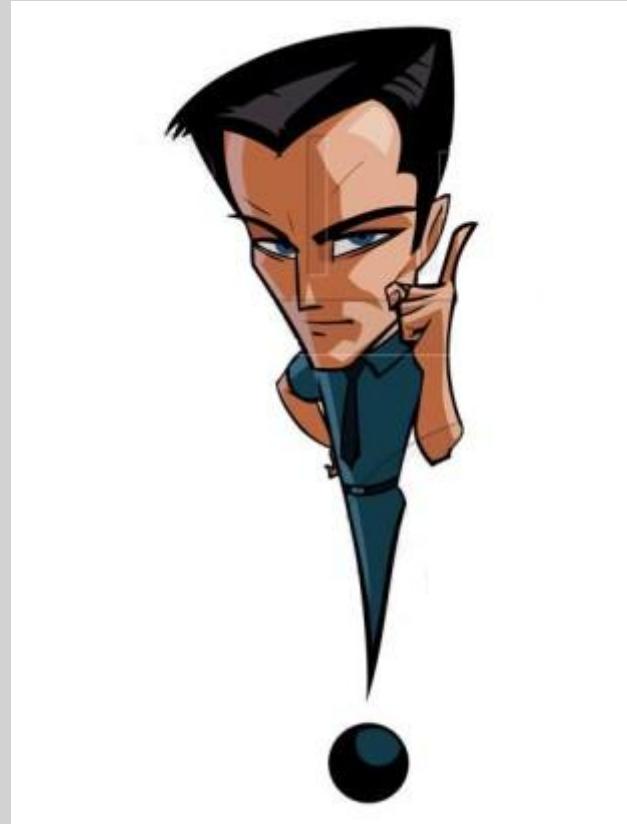
Решать рациональные, иррациональные, показательные, тригонометрические и логарифмические уравнения, их системы

# Содержание задания В3 по КЭС

- **Уравнения и неравенства** 2.1 **Уравнения** 2.1.1 Квадратные уравнения 2.1.2 Рациональные уравнения 2.1.3 Иррациональные уравнения 2.1.4 Тригонометрические уравнения 2.1.5 Показательные уравнения 2.1.6 Логарифмические уравнения 2.1.7 Равносильность уравнений, систем уравнений 2.1.8 Простейшие системы уравнений с двумя неизвестными 2.1.9 Основные приемы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных 2.1.10 Использование свойств и графиков функций при решении уравнений 2.1.11 Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений с двумя переменными и их систем 2.1.12 Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики.
- Интерпретация результата, учет реальных ограничений 2.2 **Неравенства** 2.2.1 Квадратные неравенства 2.2.2 Рациональные неравенства 2.2.3 Показательные неравенства 2.2.4 Логарифмические неравенства 2.2.5 Системы линейных неравенств 2.2.6 Системы неравенств с одной переменной 2.2.7 Равносильность неравенств, систем неравенств 2.2.8 Использование свойств и графиков функций при решении неравенств 2.2.9 Метод интервалов 2.2.10 Изображение на координатной плоскости множества решений неравенств с двумя переменными и их систем

# Памятка ученику

В Задании В3 ученик должен продемонстрировать умение решать рациональные, иррациональные, показательные, тригонометрические и логарифмические уравнения и их системы. Задание В3 сводится в одно действие к линейному или квадратному уравнению и далее ученик использует навыки решения уравнений и неравенств.



# Логарифмы

- **Логарифм** числа **b** по основанию **a** ( $\log_a b$ ) определяется как показатель степени, в которую надо возвести число **a**, чтобы получить число **b** (Логарифм существует только у положительных чисел).
- Обозначение:  $\log_a b$ .
- $\log_a b = x$ ,  $a^x = b$ .
- **Логарифм** числа **b** по основанию **a** -  $\log_a b$  ( $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ,  $b > 0$ )
- Десятичный логарифм -  $\lg b$  (Логарифм по основанию 10,  $a = 10$ ).
- Натуральный логарифм -  $\ln b$  (Логарифм по основанию  $e$ ,  $a = e$ ).

# Свойства логарифмов

- 1 Основное логарифмическое тождество -  $a^{\log_a b} = b$ ;
- 2  $\log_a 1 = 0$ ;
- 3  $\log_a a = 1$ ;
- 4  $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$ ;
- 5  $\log_a(b/c) = \log_a b - \log_a c$ ;
- 6  $\log_a(1/c) = \log_a 1 - \log_a c = -\log_a c$ ;
- 7  $\log_a(b^c) = c \log_a b$ ;
- 8  $\log_{(a^c)} b = (1/c) \log_a b$ ;
- 9 Формула перехода к новому основанию -  $\log_a b = (\log_c b) / (\log_c a)$ ;
- 10  $\log_a b = 1 / \log_b a$ ;

# Степень

- **Свойства степеней:**
- $a^1 = a$ ,  $a^0 = 1$  ( $a \neq 0$ ),  $a^{-n} = 1/a^n$ .
- 1<sup>о</sup>  $a^m a^n = a^{m+n}$ ;
- 2<sup>о</sup>  $a^m/a^n = a^{m-n}$ ;
- 3<sup>о</sup>  $(ab)^n = a^n b^n$ ;
- 4<sup>о</sup>  $(a^m)^n = a^{mn}$ ;
- 5<sup>о</sup>  $(a/b)^n = a^n/b^n$ .

## Основные свойства корней:

$$1^0. \sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}.$$

$$2^0. \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} \quad (b \neq 0).$$

$$3^0. \sqrt[n]{a^k} = \sqrt[n]{a} \quad (k > 0).$$

$$4^0. \sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{a^k} \quad (k > 0).$$

$$5^0. \sqrt[n]{a^k} = (\sqrt[n]{a})^k \quad (\text{если } k \leq 0, \text{ то } a \neq 0).$$

# Прототип задания В3 (№ 26646)

Найдите корень уравнения .

$$\log_2(4 - x) = 7$$

По определению логарифма:

$$4 - x = 2^7$$

$$4 - x = 128$$

$$x = 132$$

Ответ:  $x = 132$ .

Решение

# Задания для самостоятельного решения

Найдите корень уравнения:

$$1) \log_5(4+x) = 2$$

$$2) \log_5(5-x) = \log_5 3$$

$$3) \log_2(15+x) = \log_2 3$$

Ответ:

1) 21

2) 2

3) -12

Проверка

# Прототип задания В3 (№ 26650)

Найдите корень уравнения:

$$5^{x-7} = \frac{1}{125}$$

Представим  $1/125$  в виде степени с основанием 5. Если степени с одинаковыми основаниями равны, значит равны их показатели

$$x-7=-3$$

$$x=4$$

Решение

Ответ:4

# Задания для самостоятельного решения

$$1. \left(\frac{1}{3}\right)^{x-8} = \frac{1}{9}$$

$$3. \quad 36^{x-7} = \frac{1}{6}$$

$$2. \left(\frac{1}{7}\right)^{10-3x} = 49$$

$$4. \quad 4^{x-1} = \frac{1}{2}$$

Ответ:

- 1)10
- 2)4
- 3)3
- 4)0,5

Проверка

## Прототип задания В3 (№26656)

Найдите корень уравнения:

$$\sqrt{15 - 2x} = 3$$

Возведем обе части  
уравнения в квадрат.  
Решим линейное  
уравнение:

$$\begin{aligned}15 - 2x &= 9 \\-2x &= -6\end{aligned}$$

$$x = 3$$

Ответ: 3

Решение

## Задания для самостоятельного решения

$$1) \sqrt{22 - 3x} = 2$$

$$5) \sqrt{41 - 5x} = 6$$

$$2) \sqrt{60 - 4x} = 2$$

$$6) \sqrt{31 - 5x} = 4$$

$$3) \sqrt{52 - 6x} = 4$$

$$4) \sqrt{55 - 3x} = 7$$

Ответ:

1) 6

2) 12

3) 6

4) 2

5) 7

6) 3

Проверка

## Прототип задания В3 (№ 26657):

Найдите корень уравнения:

$$\log_4(x+3) = \log_4(4x-15)$$

Если логарифмы с одинаковыми основаниями равны, значит равны выражения, стоящие под знаком логарифма:

$$x+3=4x-15$$

$$-3x=-18$$

$$x=6$$

Ответ: 6

Решение

## Задания для самостоятельного решения

$$1) \log_9(x+6) = \log_9(4x-9)$$

$$2) \log_4(x+8) = \log_4(5x-4)$$

$$3) \log_7(x+9) = \log_7(5x-7)$$

$$4) \log_8(x+9) = \log_8(2x-17)$$

$$5) \log_5(x+6) = \log_5(4x-3)$$

Ответ:

1)5

2)3

3)4

4)26

5)3

Проверка

## Прототип задания В3 (№ 26659)

Найдите корень уравнения

$$\log_5(5-x) = 2\log_5 3$$

Чтобы опустить логарифмы, нам мешает 2, поэтому 3 возводим во вторую степень и опускаем логарифмы:

$$5-x=9$$

$$-x=4$$

$$x=-4$$

Решение

Ответ:-4

## Задания для самостоятельного решения

$$1) \log_9(8-x) = \log_9 5$$

$$2) \log_3(13+x) = \log_3 2$$

$$3) \log_2(4-x) = \log_2 11$$

..

$$4) \log_{13}(4-x) = \log_{13} 10$$

$$5) \log_7(8+x) = \log_7 10$$

Ответ:

1)3

2)-11

3)-7

4)-6

5)2

Проверка

## Прототип задания В3 (№ 26660)

Найдите корень уравнения

$$\sqrt{\frac{6}{4x-54}} = \frac{1}{7}$$

Обе части уравнения возводим в квадрат.

$$4x-54=49 \cdot 6$$

$$4x-54=294$$

$$4x=348$$

$$x=87$$

Ответ:87

Решение

## Задания для самостоятельного решения

$$1) \sqrt{\frac{20}{3x-13}} = \frac{1}{2}$$

$$4) \sqrt{\frac{3}{5x-30}} = \frac{1}{5}$$

$$2) \sqrt{\frac{2}{7x-31}} = \frac{1}{4}$$

$$5) \sqrt{\frac{12}{2x-14}} = \frac{1}{10}$$

$$3) \sqrt{\frac{10}{4x-58}} = \frac{1}{7}$$

Ответ:

1)31

2)9

3)137

4)21

5)607

Проверка

# Прототип задания В3 (№ 26662)

Найдите корень уравнения:

$$\frac{4}{7}x = 7\frac{3}{7}.$$

Решение

Ответ:13

## Задания для самостоятельного решения

$$1. -\frac{5}{7}x = 12\frac{6}{7}.$$

$$3. \frac{3}{7}x = 3\frac{3}{7}.$$

$$2. \frac{4}{9}x = 4\frac{4}{9}.$$

$$4. -\frac{8}{9}x = 21\frac{1}{3}.$$

$$5. \frac{3}{4}x = -19\frac{1}{2}.$$

Ответ:  
1)-21  
2)10  
3)8  
4)-24  
5)-26

Проверка

## Прототип задания В3 (№ 26664)

Найдите корень уравнения:

$$\frac{x-119}{x+7} = -5.$$

$$x-119=-5(x+7)$$

$$x-119=-5x-35$$

$$6x=84$$

$$x=14$$

Ответ:14

Решение

## Задания для самостоятельного решения

$$1. \frac{x-87}{x+3} = -5.$$

$$4. \frac{x+3}{x-7} = -4.$$

$$2. \frac{x+2}{x-6} = 2.$$

$$5. \frac{x+19}{x+1} = 3.$$

$$3. \frac{x+39}{x+3} = -2.$$

Ответ:

1)12

2)14

3)-15

4)5

5)8

Проверка

## Прототип задания В3 (№ 26665)

Найдите корень уравнения:

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

$$x = \frac{6x - 15}{x - 2}.$$

$$x^2 - 2x = 6x - 15$$

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$x = 5$$

$$x = 3$$

Нам нужен наибольший корень

Ответ: 5

Решение

# Задания для самостоятельного решения

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

$$1. \ x = \frac{-4x + 40}{x - 1}.$$

$$2. \ x = \frac{-7x + 40}{x - 10}.$$

$$5. \ x = \frac{2x + 28}{x + 5}.$$

$$3. \ x = \frac{2x - 21}{x + 12}.$$

$$4. \ x = \frac{8x + 10}{x + 11}.$$

Ответ:

1)5

2)8

3)-3

4)2

5)4

Проверка

# Список рекомендуемой литературы

- Математика: тематическое планирование уроков подготовки к экзамену / Белошистая.В. А. –М: Издательство «Экзамен», 2007. – 478 (2) с. (Серия «ЕГЭ 2007. Поурочное планирование»)
- Математика: самостоятельная подготовка к ЕГЭ / Л.Д. Лаппо, М.А. Попов. – 3-е изд., перераб. И дополн. - М.: Издательство «Экзамен», 2009. – 381, (3) с. (Серия «ЕГЭ. Интенсив»)
- ЕГЭ 2009. Математика: Сборник экзаменационных заданий / Авт.-сост. Л.О.Денищева, А.Р.Рязановский, П.В.Семенов, И.Н.Сергеев. -М.:Эксмо, 2009. -288с. – (Федеральный банк экзаменационных материалов)
- Самое полное издание типовых вариантов реальных заданий ЕГЭ: 2010: Математика / авт.-сост. И.Р.Высоцкий, Д.Д.Гущин, П.И.Захаров и др.; под ред. А.Л.Семенова, И.В.Ященко. – М.:АСТ:Астрель, 2010. – 93, (3)с. – (Федеральный институт педагогических измерений)
- Математика. Решение задач группы В / Ю.А.Глазков, И.А.Варшавский, М.Я. Гаишвили. – М.: Издательство «Экзамен», 2009. – 382 (2) с. (Серия «ЕГЭ. 100 баллов»)
- ЕГЭ. Математика. Задания типа С /И.Н.Сергеев. – М.: Издательство «Экзамен», 2009. \_318 (2) с. (Серия «ЕГЭ. 100 баллов»)
- Единый государственный экзамен 2009. Математика. Универсальные материалы для подготовки учащихся /ФИПИ – М.: Интеллект-Центр, 2009. – 272 с. Авторы-составители: Денищева Л.О., Глазков Ю.А., Краснянская К.А., Рязановский А.Р., Семенов П.В.
- Математика: тренировочные тематические задания повышенной сложности с ответами для подготовки к ЕГЭ и к другим формам выпускного и вступительного экзаменов /сост Г.И.Ковалева, Т.И.Бузулина, О.Л.Безрукова, Ю.А. Розка. \_ Волгоград: Учитель, 20089, - 494 с.
- М.Б.мельникова и др. Геометрия: Дидакт. Материалы для 7-9 кл.: Учеб. Пособие / М.: Мнемозина, 1997. – 272 с.: ил.

# Адреса сайтов в сети Интернет

- [www.fipi.ru](http://www.fipi.ru) – Федеральный институт педагогических измерений (ФИПИ). Особенno обратите внимание на раздел «Открытый сегмент ФБТЗ» – это система для подготовки к ЕГЭ - в режиме on-line. Вы можете отвечать на вопросы банка заданий ЕГЭ по различным предметам, а так же по выбранной теме.
- <http://mathege.ru> -**Открытый банк задач ЕГЭ по математике**. Главная задача открытого банка заданий **ЕГЭ по математике** – дать представление о том, какие задания будут в вариантах Единого государственного экзамена **по математике** в 2010 году, и помочь выпускникам сориентироваться при **подготовке к** экзамену. Здесь же можно найти все пробные ЕГЭ по математике, которые уже прошли.
- <http://egetrener.ru/> - математика: видеоуроки, решение задач ЕГЭ.
- <http://ege-trener.ru/> - очень увлекательная и эффективная подготовка к ЕГЭ по математике. Зарегистрируйтесь и попытайтесь попасть в 30-ку лучших!
- [uztest.ru](http://uztest.ru) – бесплатные материалы для подготовки к ЕГЭ (и не только к ЕГЭ) по математике: интерактивные тематические тренажеры, возможность записи на бесплатные on-line курсы по подготовке к ЕГЭ.
- [www.ege.edu.ru](http://www.ege.edu.ru) – официальный информационный портал единого государственного экзамена.
- [On-line видеолекции "Консультации по ЕГЭ" по всем предметам.](#)
- [Ролики категории ЕГЭ. Лекции по математике](#)
- <http://www.alexlarin.narod.ru/ege.html> - материалы для подготовки к ЕГЭ по математике (сайт Ларина Александра Александровича).
- <http://www.diary.ru/~eek/> - сообщество, оказывающее помощь в решении задач по математике, здесь же можно скачать много полезных книг по математике, в том числе для подготовки к ЕГЭ.
- <http://4ege.ru/> - **ЕГЭ портал, всё последнее к ЕГЭ. Вся информация о егэ. ЕГЭ 2010.**