



Подготовка к ЕГЭ по математике

Решение заданий В11

Автор:
ученица 11 "Б" класса
Лобазова Ирина
Руководитель:
Галиханова Т.В.

Прототипов заданий В11 - 44

Проверяемые требования (умения)

- Уметь выполнять действия с функциями

Умения по КТ

Выполнять действия с функциями

- Вычислять производные и первообразные элементарных функций.
- Исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций.

Содержание задания В11 по КЭС

Начала математического анализа

- *4.1 Производная*

4.1.1 Понятие о производной функции, геометрический смысл производной

4.1.2 Физический смысл производной, нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком

4.1.3 Уравнение касательной к графику функции

4.1.4 Производные суммы, разности, произведения, частного

4.1.5 Производные основных элементарных функций

4.1.6 Вторая производная и ее физический смысл

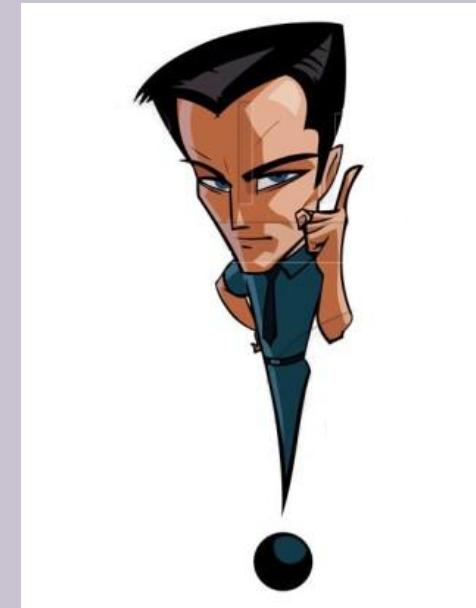
- *4.2 Исследование функций*

4.2.1 Применение производной к исследованию функций и построению графиков

4.2.2 Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах

Памятка ученику

- **Задание В11** - на нахождение с помощью производной точек экстремума функции или вычисление наибольшего (наименьшего) значения функции на отрезке. Для успешного решения задачи ученик должен уметь вычислять производные элементарных функций и в простейших случаях исследовать функцию на монотонность.



$f'(x)$	формулы
C'	0
$(x)'$	1
$(x^a)'$	ax^{a-1} при $a \neq 1$
$\sin'x$	$\cos x$
$\cos'x$	$-\sin x$
$\operatorname{tg}'x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
$\operatorname{ctg}'x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$
$(e^x)'$	e^x
$(a^x)'$	$a^x \ln a$
$\ln'x$	$\frac{1}{x}$
$\log_a'x$	$\frac{1}{x \ln a}$
$(f+g)'$	$f'+g'$
$(fg)'$	$f'g + fg'$
$(cf)'$	cf'
$\left(\frac{f}{g}\right)'$	$\frac{(f'g - fg')}{g^2}$
$(f(kx+b))'$	$kf'(kx+b)$
$(f(g(x)))'$	$f'(g(x)) \cdot g'(x)$

Прототип задания В11 (№ 26691)

- Найдите наименьшее значение $y = (x-8)e^{x-7}$ функции на отрезке $[6;8]$.

Найдем $y'(x)$. Производная произведения равна

$$(uv)' = u'v + v'u$$

$$y' = (x-8)' \cdot e^{x-7} + (x-8)(e^{x-7})' = e^{x-7} + (x-8) \cdot e^{x-7} = e^{x-7} \cdot (x-7)$$

Приравняем к нулю:

$$e^{x-7}(x-7) = 0$$

$e^{x-7} = 0$ - нет корней; $x-7 = 0$, $x=7$ - принадлежит $[6;8]$

Найдём наименьшее значение функции:

$$y(6) = (6-8) \cdot e^{6-7} = -2 \cdot 2,7^{-1} = -\frac{20}{27}$$

$$y(7) = (7-8) \cdot e^{7-7} = -1$$

$$y(8) = (8-8) \cdot e^{8-7} = 0$$

Ответ: -1 - наименьшее значение функции на отрезке $[6;8]$.

Задания для самостоятельного решения

- **Задание В11 (№ 3385)**

Найдите наименьшее значение функции $y = (x - 6)e^{x-5}$ на отрезке $[4;6]$.

- **Задание В11 (№ 3387)**

Найдите наименьшее значение функции $y = (x - 17)e^{x-16}$ на отрезке $[15;17]$.

№ 3385

Ответ: -1

№ 3387

Ответ: -1

Проверка

Прототип задания В11 (№ 26692)

- Найдите наибольшее значение функции $y = 12 \cos x + 6\sqrt{3} \cdot x - 2\sqrt{3}\pi + 6$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

Найдем $y'(x)$. Производная функции равна

$$y' = -12 \sin x + 6\sqrt{3}$$

Приравняем к нулю:

$$-12 \sin x + 6\sqrt{3} = 0 \quad \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad x = \frac{\pi}{3} \text{ - принадлежит } \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$$

Найдём наибольшее значение функции:

$$y(0) = 12 \cdot 1 + 6\sqrt{3} \cdot 0 - 2\sqrt{3}\pi + 6 = 12 - 2\sqrt{3}\pi + 6 \approx 7,12$$

$$y\left(\frac{\pi}{3}\right) = 12 \cdot \frac{1}{2} + 6\sqrt{3} \cdot \frac{\pi}{3} - 2\sqrt{3}\pi + 6 = 6 + 2\sqrt{3}\pi - 2\sqrt{3}\pi + 6 = 12$$

$$y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 + 6\sqrt{3} \cdot \frac{\pi}{2} - 2\sqrt{3}\pi + 6 = 3\sqrt{3}\pi - 2\sqrt{3}\pi + 6 = \sqrt{3}\pi + 6 \approx 11,4$$

Ответ: 12 - наибольшее значение функции на отрезке

$$\left[0; \frac{\pi}{2}\right].$$

Решение

Задания для самостоятельного решения

- **Задание В11 (№ 3403)**

Найдите наибольшее значение функции $y = 12\sqrt{2} \cos x + 12x - 3\pi + 9$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

- **Задание В11 (№ 3405)**

Найдите наибольшее значение функции $y = 7\sqrt{2} \cos x + 7x - \frac{7\pi}{4} + 9$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

Прототип задания В11 (№ 26693)

- Найдите наименьшее значение функции

$$y = 3 + \frac{5\pi}{4} - 5x - 5\sqrt{2} \cos x \text{ на отрезке } \left[0; \frac{\pi}{2}\right].$$

Найдем $y'(x)$. Производная функции равна

$$y' = 5\sqrt{2} \sin x - 5$$

Приравняем к нулю:

$$5\sqrt{2} \sin x - 5 = 0, \quad \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad x = \frac{\pi}{4} \text{ - принадлежит } \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$$

Найдём наименьшее значение функции:

$$y(0) = 3 + \frac{5\pi}{4} - 5\sqrt{2} \approx 0,25$$

$$y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 3 + \frac{5\pi}{4} - 5 \cdot \frac{\pi}{4} - 5\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = -2$$

$$y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3 + \frac{5\pi}{4} - 5 \cdot \frac{\pi}{2} \approx 0,75$$

Ответ: -2 - наименьшее значение функции на отрезке

$$\left[0; \frac{\pi}{2}\right].$$

Решение

Задания для самостоятельного решения

- **Задание В11 (№ 3419)**

- Найдите наименьшее значение функции $y = 4 + \frac{4\sqrt{3} \cdot \pi}{3} - 4\sqrt{3} \cdot x - 8 \cos x$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

- **Задание В11 (№ 3421)**

- Найдите наименьшее значение функции $y = 11 + \frac{7\sqrt{3}\pi}{18} - \frac{7\sqrt{3}}{3}x - \frac{14\sqrt{3}}{3} \cos x$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

Проверка

№ 3419

Ответ: 0

№ 3421

Ответ: 4

Прототип задания В11 (№ 26694)

- Найдите наименьшее значение функции $y = 5 \cos x - 6x + 4$ на отрезке $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

Найдем $y'(x)$. Производная функции равна
 $y' = -5 \sin x - 6$

Приравняем к нулю:
 $-5 \sin x - 6 = 0 \quad \sin x = -\frac{6}{5}$ - нет корней

Найдём наименьшее значение функции:

$$y\left(-\frac{3\pi}{2}\right) = 5 \cos\left(-\frac{3\pi}{2}\right) - 6\left(-\frac{3\pi}{2}\right) + 4 \approx 27 + 4 \approx 31$$

$$y(0) = 5 + 4 = 9$$

Ответ: 9 - наименьшее значение функции на отрезке
 $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

Решение

Задания для самостоятельного решения

- **Задание В11 (№ 3439)**

Найдите наименьшее значение функции $y = 7 \cos x - 13x + 9$ на отрезке $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

- **Задание В11 (№ 3441)**

Найдите наименьшее значение функции $y = 5 \cos x - 9x + 3$ на отрезке $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

Проверка

№ 3439

Ответ: 16

№ 3441

Ответ: 8

Прототип задания В11 (№ 26695)

- Найдите наибольшее значение функции
 $y = 15x - 3\sin x + 5$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$.

Найдем $y'(x)$. Производная произведения равна
 $y' = 15 - 3\cos x$

Приравняем к нулю:

$$15 - 3\cos x = 0 \quad \cos x = 5 \text{ - нет корней}$$

Найдём наибольшее значение функции:

$$y\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 15 \cdot \left(-\frac{\pi}{2}\right) - 3\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) + 5 \approx -22,5 + 3 + 5 \approx -14,5$$

$$y(0) = 0 - 0 + 5 = 5$$

Ответ: -1 - наибольшее значение функции на отрезке
 $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$.

Решение

Задания для самостоятельного решения

- **Задание В11 (№ 3459)**

- Найдите наибольшее значение функции $y = 11x - 9 \sin x + 3$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$.

- **Задание В11 (№ 3461)**

- Найдите наибольшее значение функции $y = 12x - 8 \sin x + 6$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$.

Проверка

№ 3459

Ответ: 3

№ 3461

Ответ: 6

Список рекомендуемой литературы

- Самое полное издание типовых вариантов реальных заданий ЕГЭ: 2010: Математика / авт.-сост. И.Р.Высоцкий, Д.Д.Гущин, П.И.Захаров и др.; под ред. А.Л.Семенова, И.В.Ященко. – М.:АСТ:Астрель, 2010. – 93, (3)с. – (Федеральный институт педагогических измерений)
- Математика: тематическое планирование уроков подготовки к экзамену / Белошистая.В. А. –М: Издательство «Экзамен», 2007. – 478 (2) с. (Серия «ЕГЭ 2007. Поурочное планирование»)
- Математика: самостоятельная подготовка к ЕГЭ / Л.Д. Лаппо, М.А. Попов. – 3-е изд., перераб. И дополн. - М.: Издательство «Экзамен», 2009. – 381, (3) с. (Серия «ЕГЭ. Интенсив»)
- Математика. Решение задач группы В / Ю.А.Глазков, И.А.Варшавский, М.Я. Гаиашвили. – М.: Издательство «Экзамен», 2009. – 382 (2) с. (Серия «ЕГЭ. 100 баллов»)
- Математика: тренировочные тематические задания повышенной сложности с ответами для подготовки к ЕГЭ и к другим формам выпускного и вступительного экзаменов /сост Г.И.Ковалева, Т.И.Бузулина, О.Л.Безрукова, Ю.А. Розка. _ Волгоград: Учитель, 20089, - 494 с.
- Шабунин М.И. и др. Алгебра и начала анализа: Дидактические материалы для 10-11 кл. – 3-е изд. – М.: Мнемозина, 2000. – 251 с.: ил.

Адреса сайтов в сети Интернет

- www.fipi.ru – Федеральный институт педагогических измерений (ФИПИ). Особенno обратите внимание на раздел «Открытый сегмент ФБТЗ» – это система для подготовки к ЕГЭ - в режиме on-line. Вы можете отвечать на вопросы банка заданий ЕГЭ по различным предметам, а так же по выбранной теме.
- <http://mathege.ru> -Открытый банк задач ЕГЭ по математике. Главная задача открытого банка заданий **ЕГЭ по математике** – дать представление о том, какие задания будут в вариантах Единого государственного экзамена **по математике** в 2010 году, и помочь выпускникам сориентироваться при **подготовке** к экзамену. Здесь же можно найти все пробные ЕГЭ по математике, которые уже прошли.
- <http://egetrener.ru/> - математика: видеоуроки, решение задач ЕГЭ.
- <http://ege-trener.ru/> - очень увлекательная и эффективная подготовка к ЕГЭ по математике. Зарегистрируйтесь и попытайтесь попасть в 30-ку лучших!
- uztest.ru – бесплатные материалы для подготовки к ЕГЭ (и не только к ЕГЭ) по математике: интерактивные тематические тренажеры, возможность записи на бесплатные on-line курсы по подготовке к ЕГЭ.
- www.ege.edu.ru – официальный информационный портал единого государственного экзамена.
- [On-line видеолекции "Консультации по ЕГЭ" по всем предметам.](#)
- [Ролики категории ЕГЭ. Лекции по математике](#)
- <http://www.alexlarin.narod.ru/ege.html> - материалы для подготовки к ЕГЭ по математике (сайт Ларина Александра Александровича).
- <http://www.diary.ru/~eek/> - сообщество, оказывающее помощь в решении задач по математике, здесь же можно скачать много полезных книг по математике, в том числе для подготовки к ЕГЭ.
- <http://4ege.ru/> - ЕГЭ портал, всё последнее к ЕГЭ. Вся информация о егэ. ЕГЭ 2010.